Белорусский государственный технологический университет

Факультет информационных технологий

Кафедра информационных систем и технологий

Отчёт по лабораторной работе №3

«Решение задачи коммивояжера методом ветвей и границ»

по дисциплине

«Математическое программирование»

Выполнил:

студент 2-го курса спец. ДЭиВИ

Глушкова М.Е.

Вариант №2

Проверил:

ассистент кафедры

Барковский Е.В.

**Лабораторная работа 3. Метод ветвей и границ**

**Цель работы:** освоить общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решить задачу о коммивояжере данным методом, сравнить полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.

**Задание для выполнения:**

**Задание 1.** Сформулировать условие задачи коммивояжера с параметром. Для этого:

* принять элементы матрицы расстояний равными:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 2 \* n | 21 + n |  | n |
| **2** | n |  | 15 + n | 68 - n | 84 - n |
| **3** | 2 + n | 3 \* n |  | 86 | 49 + n |
| **4** | 17 + n | 58 - n | 4 \* n |  | 3 \* n |
| **5** | 93 - n | 66 + n | 52 | 13 + n |  |

где *n* – номер варианта.

**Задание 2.** Решить сформулированную задачу методом ветвей и границ.

**Примечание**: отчет по лабораторной работе должен быть выполнен на листах формата A4 с помощью редактора MS Word (Times New Roman 14) и должен содержать:

* титульный лист (Решение задачи коммивояжера методом ветвей и границ, фамилия, курс, группа);
* условие (матрица расстояний);
* ход решения (граф решения, обоснование ветвления и вычисление границ **для всех этапов**);
* решение (если их несколько, то все решения).

**Решение:**

Для выполнения задания изобразим матрицу расстояний:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 4 | 23 | - | 2 |
| 2 | - | 17 | 66 | 82 |
| 4 | 6 | - | 86 | 51 |
| 19 | 56 | 8 | - | 6 |
| 91 | 68 | 52 | 15 | - |

Для определения нижней границы множества воспользуемся операцией редукции или приведения матрицы по строкам. Для этого находим в каждой строке минимальный элемент и вычитаем его из остальных элементов соответствующих строк:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 4 | 23 | - | 2 | 2 |
| 2 | - | 17 | 66 | 82 | 2 |
| 4 | 6 | - | 86 | 51 | 4 |
| 19 | 56 | 8 | - | 6 | 6 |
| 91 | 68 | 52 | 15 | - | 15 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 2 | 21 | - | 0 | 2 |
| 0 | - | 15 | 64 | 80 | 2 |
| 0 | 2 | - | 82 | 47 | 4 |
| 13 | 50 | 2 | - | 0 | 6 |
| 76 | 53 | 37 | 0 | - | 15 |

Затем такую же операцию редукции проводим по столбцам, для чего в каждом столбце находим минимальный элемент и вычитаем из элементов столбца:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 2 | 21 | - | 0 | 2 |
| 0 | - | 15 | 64 | 80 | 2 |
| 0 | 2 | - | 82 | 47 | 4 |
| 13 | 50 | 2 | - | 0 | 6 |
| 76 | 53 | 37 | 0 | - | 15 |
| 0 | 2 | 2 | 0 | 0 |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 0 | 19 | - | 0 | 2 |
| 0 | - | 13 | 64 | 80 | 2 |
| 0 | 0 | - | 82 | 47 | 4 |
| 13 | 48 | 0 | - | 0 | 6 |
| 76 | 51 | 35 | 0 | - | 15 |
| 0 | 2 | 2 | 0 | 0 |  |

Сумма констант приведения определяет нижнюю границу длины кольцевого маршрута:

Н = 2 + 2 + 4 + 6 + 15 + 0 + 0 + 2 + 2 + 0 = 33.

Для каждой нулевой клетки преобразованной матрицы находим «оценку». Ею будет сумма минимума по строке и минимума по столбцу, на пересечении которых находится данная клетка с нулем:

01,2 = 0; 01,5 = 0; 02,1 = 13; 03,1 = 0; 03,2 = 0; 04,3 = 13; 04,5 = 0; 05,4 = 99.

Выбираем максимальное значение и получаем путь из города 5 в 4 и соответственно получим граф:

33

132

В случае, если мы идём по маршруту (5, 4) то расстояние будет равно нижней границе кольцевого маршрута, то есть 33, а если не пойдём, то расстояние будет равно 33 + 99 = 132.

Так как меньшее расстояние 33, то мы идём из города 5 в город 4. Следовательно, для дальнейших вычислений вычёркиваем 5 строку и 4 столбец из матрицы и делаем обратный путь (4, 5) равным INF:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 0 | 19 | 0 | 1 |
| 0 | - | 13 | 80 | 2 |
| 0 | 0 | - | 47 | 3 |
| 13 | 48 | 0 | 0 | 4 |
| 1 | 2 | 3 | 5 |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 0 | 19 | 0 | 0 |
| 0 | - | 13 | 80 | 0 |
| 0 | 0 | - | 47 | 0 |
| 13 | 48 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Полученная матрица уже является полностью приведённой, поэтому нижняя граница кольцевого маршрута останется неизменной и равной 33.

01,2 = 0; 01,4 = 0; 02,1 = 13; 03,1 = 0; 03,2 = 0; 04,3 = 13; 04,4 = 0.

Выбираем максимальное значение и получаем путь из города 1 в 5 и соответственно получим граф:

33

46

В случае если мы идём по маршруту (1, 5) то расстояние будет равно нижней границе кольцевого маршрута, то есть 33, а если не пойдём, то расстояние будет равно 33 + 13 = 46.

Так как меньшее расстояние 33, то мы идём из города 1 в город 5. Следовательно, для дальнейших вычислений вычёркиваем 1 строку и 5 столбец из матрицы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | - | 13 | 2 |
| 0 | 0 | - | 3 |
| 13 | 48 | 0 | 4 |
| 1 | 2 | 3 |  |

Данная матрица уже является полностью приведённой, поэтому нижняя граница кольцевого маршрута останется неизменной и равной 33.

01,2 = 13; 02,1 = 0; 02,2 = 48; 03,3 = 26.

Выбираем максимальное значение и получаем путь из города 3 в 2 и соответственно получим граф:

81

33

В случае если мы идём по маршруту (3, 2) то расстояние будет равно нижней границе кольцевого маршрута, то есть 33, а если не пойдём, то расстояние будет равно 33 + 48 = 81.

Так как меньшее расстояние 33, то мы идём из города 3 в город 2. Следовательно, для дальнейших вычислений вычёркиваем 3 строку и 2 столбец из матрицы:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 0 | 13 | 2 |
| 13 | 0 | 4 |
| 1 | 3 |  |

После анализа данной матрицы к нашему графу добавятся пути (2, 1) и (4, 3). Соответственно минимальное расстояние будет равно 33, и граф будет иметь следующий вид:

33

33

33

81

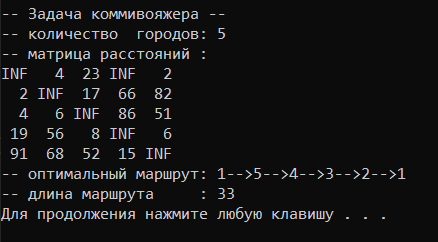
46

132

61

Расставим переходы между городами в правильной последовательности и соответственно получим (1, 5), (5, 4), (4, 3), (3, 2), (2,1).

**Задание 3.** Проверить полученное решение при помощи генератора перестановок (см. лаб. 2, задание 5.1.) и включить копию экрана с решением в отчет.



**Вывод**: Мы освоили общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решили задачу о коммивояжере данным методом, сравнили полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.